

Rappresentazione dell'Informazione

CODIFICA DELL'INFORMAZIONE

(Codifica Binaria)



Bit	0/1	(si/no)
Byte	00010010	(8 bit)
Kilobyte	2^{10}	= 1024 byte
Megabyte	2^{20}	~ 1.000.000 byte
Gigabyte	2^{30}	~ 1.000.000.000 byte

Rappresentazione dei Naturali

$$\mathbb{N} = 0, 1, 2, \dots$$

La Notazione Posizionale (in base p)

$$N_p \equiv a_n a_{n-1} a_{n-2} \dots a_1 a_0$$

$$N_p = a_n \times p^n + a_{n-1} \times p^{n-1} + \dots + a_1 \times p + a_0$$

Esempio (base 10)

$$543 = 5 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 3 \times 10^0 = 500 + 40 + 3$$

Rappresentazione dei Naturali

$$N = 0, 1, 2, \dots$$

La Notazione Additiva (numeri romani)

$$N_p \equiv a_n a_{n-1} a_{n-2} \dots a_1 a_0$$

$$N_p = a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0 \quad \begin{array}{l} I = 1, V = 5, X = 10, L = 50, \\ C = 100, D = 500, M = 1000 \end{array}$$

Esempio

$$\begin{aligned} DCCCII &= D + C + C + C + I + I \\ &= 500 + 100 + 100 + 100 + 1 + 1 = 802 \end{aligned}$$

Le Notazioni Usate in Informatica

Binaria (base 2)

$$a_i = 0,1$$

Ottale (base 8)

$$a_i = 0,1,2,3,4,5,6,7$$

Esadecimale (base 16)

$$a_i = 0,1,2,\dots,9,A,B,C,D,E,F$$

Decimale

Binaria

Ottale

Esadec.

10

1010

12

A

124

1111100


174

7C

Codifica e decodifica

(Da binario a decimale e viceversa)

$$N_2 = 101010$$


$$N_{10} = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$$
$$= 32 + 8 + 2 = 42$$

$$N_2 = 11011$$

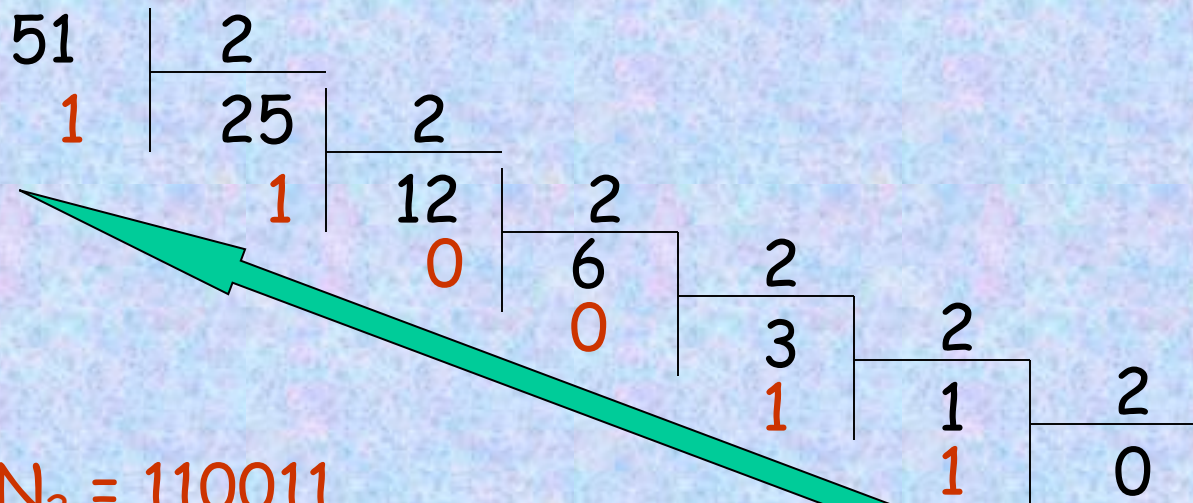
$$N_{10} = 2^0 + 2^1 + 2^3 + 2^4 = 1 + 2 + 8 + 16 = 27$$

Codifica e decodifica

Da decimale a binario - conversione per divisione

$$N_{10} = 51$$

$$N_2 = ???$$



$$N_2 = 110011$$

$$\begin{aligned} 51 &= 2 \times 25 + 1 = 2 \times (2 \times 12 + 1) + 1 = 2 \times (2 \times (2 \times 6 + 0) + 1) + 1 = \\ &= 2 \times (2 \times (2 \times (2 \times 3 + 0) + 0) + 1) + 1 = \\ &= 2 \times (2 \times (2 \times (2 \times (2 \times 1 + 1) + 0) + 0) + 1) + 1 = 2^5 + 2^4 + 2^1 + 2^0 \end{aligned}$$

L' algoritmo di conversione per moltiplicazione mi permette di effettuare la conversione in base, anche per numeri non interi. Per un numero decimale, ad esempio 0,7 funziona in questa maniera:

$$N = 0,7$$

$$B = 2$$

$$0,7 * 2 = 1 + 0,4$$

$$0,4 * 2 = 0 + 0,8$$

$$0,8 * 2 = 1 + 0,6$$

$$0,6 * 2 = 1 + 0,2$$

$$0,2 * 2 = 0 + 0,4$$

$$0,4 * 2 = 0 + 0,8$$

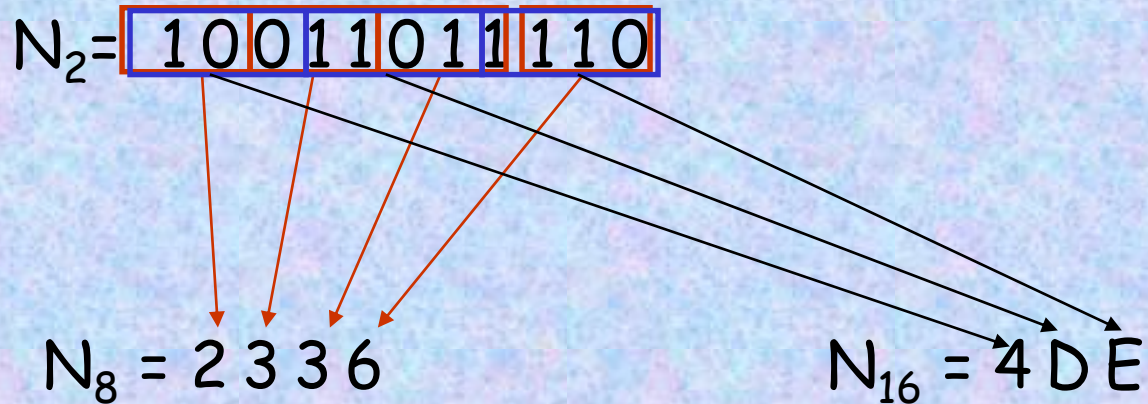
E così via ...

più si va avanti e più alta e l'approssimazione.

Il procedimento di conversione per moltiplicazione è il solo che ci consente di effettuare la rappresentazione di un numero razionale non negativo. Inoltre per quanto riguarda la parte intera del numero posso adottare sia l'algoritmo di conversione per divisione sia quello per moltiplicazione.

Da Binario a Ottale

Da Binario a esadecimale



Per trasformare un numero binario in ottale, operiamo la trasformazione considerando gruppi di **3** bit

Per trasformare un numero binario in esadecimale, operiamo la trasformazione considerando gruppi di **4** bit

Rappresentazione degli Interi

$$N = 0, +1, -1, +2, -2, +3, -3, \dots$$

Come possiamo rappresentare il *segno* di un numero?

Aggiungiamo un ulteriore bit che poniamo a 1 se il numero è negativo!

Esempio

$$N_{10} = +14 \quad N_2 = 01110$$

$$N_{10} = -14 \quad N_2 = 11110$$

Con k bit si possono codificare tutti gli interi

$$-2^{k-1}+1 \leq N \leq 2^{k-1}-1$$

Esistono due codifiche dello 0

0000...0

1000...0

Rappresentazione degli Interi

(Rappresentazione in complemento a 2)

Supponiamo di avere a disposizione k bit

La rappresentazione di $-N$ si ottiene facendo la conversione in binario del numero $2^k - N$

Esempio (con 5 bit)

$$N_{10} = +14 \quad N_2 = 01110$$

$$N_{10} = -14 \quad 2^k - 14 = 18 \quad N_2 = 10010$$

Con k bit si possono codificare tutti gli interi

$$-2^{k-1} \leq N \leq 2^{k-1} - 1$$

$$0000\dots 0_2 \equiv 0_{10}$$

$$1000\dots 0_2 \equiv -2^k_{10}$$

Rappresentazione di interi in complemento a due

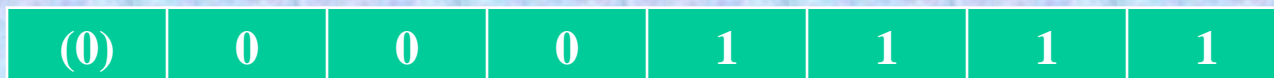
Supponiamo di avere a disposizione una cella di otto bit compreso il bit di segno. Il bit di segno può assumere due soli simboli: **0** quando il numero è positivo e **1** quando il numero è negativo.

Regola del complemento a due?

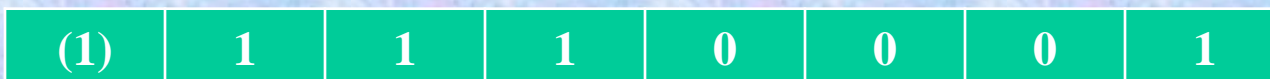
A partire da destra verso sinistra il primo uno che incontriamo non si complementa invece tutti gli altri bit si complementano.

Premettendo che su un byte il più piccolo numero rappresentabile è -128, e il più grande è + 127.

Rappresentiamo prima +15:



Rappresentiamo adesso -15 con la tecnica del complemento a 2:



Rappresentazione di interi in complemento a uno

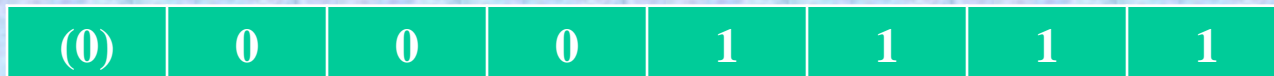
Supponiamo di avere a disposizione una cella di otto bit compreso il bit di segno. Il bit di segno può assumere due soli simboli: **0** quando il numero è positivo e **1** quando il numero è negativo.

Regola del complemento a uno?

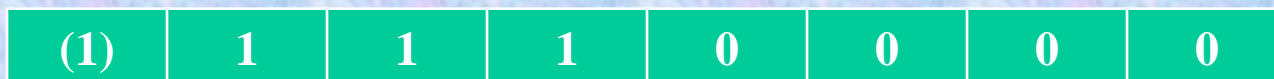
Si complementano tutti i bit, lo 0 diventa 1 e 1 diventa 0.

In questo caso con un byte il più piccolo numero rappresentabile è -127, e il più grande è + 127 otteniamo quindi una rappresentazione in meno

Rappresentiamo prima +15:



Rappresentiamo adesso -15 con la tecnica del complemento a 2:



VANTAGGI/SVANTAGGI

COMPLEMENTO A 1

- Facilità nella implementazione della complementazione
- Effettuare degli aggiustamenti nei risultati delle operazioni matematiche

COMPLEMENTO A 2

- Complessità nell'implementazione della complementazione
- Non bisogna fare nessuna correzione

Operazioni in binario

Regola generale della somma di tre bit:

a_j	B_j	c_j	S_j	C_{j+1}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Esercizio n.1: Rappresentare in complemento a 1 e a 2 la somma di $A=+100$ e $B=-47$

Complemento a 1

	1	1	0	0	0	0	0	0	0
A=+100	(0)	1	1	0	0	1	0	0	
B=-47	(1)	1	0	1	0	0	0	0	
+53	(0)	0	1	1	0	1	0	0	

Regola:

Se $A+B > 0$ allora effettuare la correzione aggiungendo 1 al risultato

Complemento a 2

	1	1	0	0	0	0	0	0	0
A=+100	(0)	1	1	0	0	1	0	0	
B=-47	(1)	1	0	1	0	0	0	1	
+53	(0)	0	1	1	0	1	0	1	

Esercizio n.2: Rappresentare in complemento a 1 e a 2 la somma di $A=-100$ e $B=+47$

	0	0	1	1	1	1	1	1	0
A=-100	(1)	0	0	1	1	0	1	1	
B=+47	(0)	0	1	0	1	1	1	1	
-53	(1)	1	0	0	1	0	1	0	
+53	(0)	0	1	1	0	1	0	1	

	0	0	1	1	1	1	0	0	0
A=-100	(1)	0	0	1	1	1	0	0	
B=+47	(0)	0	1	0	1	1	1	1	
-53	(1)	1	0	0	1	0	1	1	
+53	(0)	0	1	1	0	1	0	1	

OVERFLOW E UNDERFLOW

Esercizio n.3: Rappresentare in complemento a 1 e a 2 la somma di $A=+100$ e $B=+28$

Complemento a 1

	0	1	1	1	1	1	0	0	0
A=+100	(0)	1	1	0	0	1	0	0	
B=+28	(0)	0	0	1	1	1	0	0	
+128 ?	(1)	0	0	0	0	0	0	0	
OVERFLOW									

Complemento a 2

	0	1	1	1	1	1	0	0	0
A=+100	(0)	1	1	0	0	1	0	0	
B=+28	(0)	0	0	1	1	1	0	0	
+128 ?	(1)	0	0	0	0	0	0	0	
OVERFLOW									

Esercizio n.4: Rappresentare in complemento a 1 e a 2 la somma di $A=-100$ e $B=-28$

	1	0	0	0	0	0	1	1	0
A=-100	(1)	0	0	1	1	0	1	1	
B=-28	(1)	1	1	0	0	0	1	1	
-128 ?	(0)	1	1	1	1	1	1	0	
UNDERFLOW									

	1	1	1	1	1	1	0	0	0
A=-100	(1)	0	0	1	1	1	0	0	
B=-28	(1)	1	1	0	0	1	0	0	
-128	(1)	0	0	0	0	0	0	0	

è il più piccolo rappresentabile in C2,
è l'unico che non ha il suo
complemento

Rappresentare numeri razionali

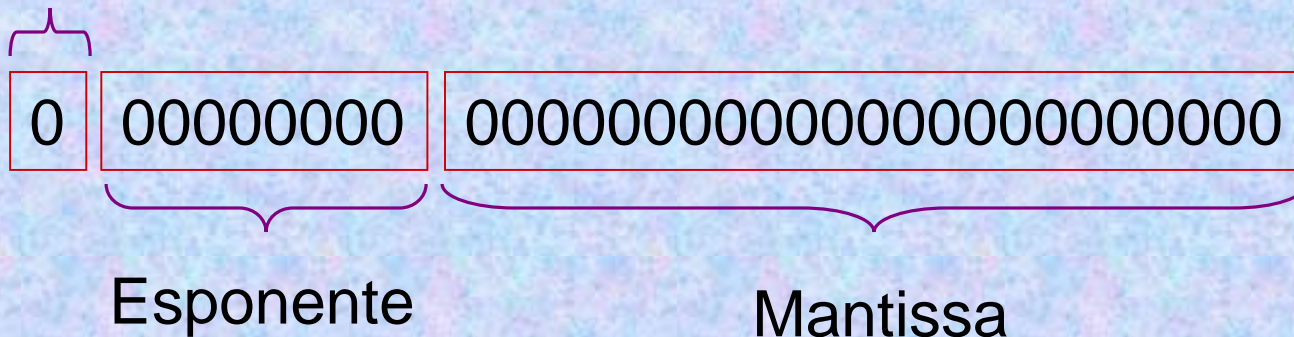
- Il numero di bit utilizzati per rappresentare i numeri in un computer è fissato
 - Con 8 bit si rappresentano i numeri da 0 a 255 (oppure da -128 a 127)
- Rappresentare i numeri razionali con la virgola in posizione fissa è un inutile spreco di bit ($34.56 = 0000034.5600000000$)
- La precisione varia a seconda del valore del numero

Rappresentazione in Virgola Mobile

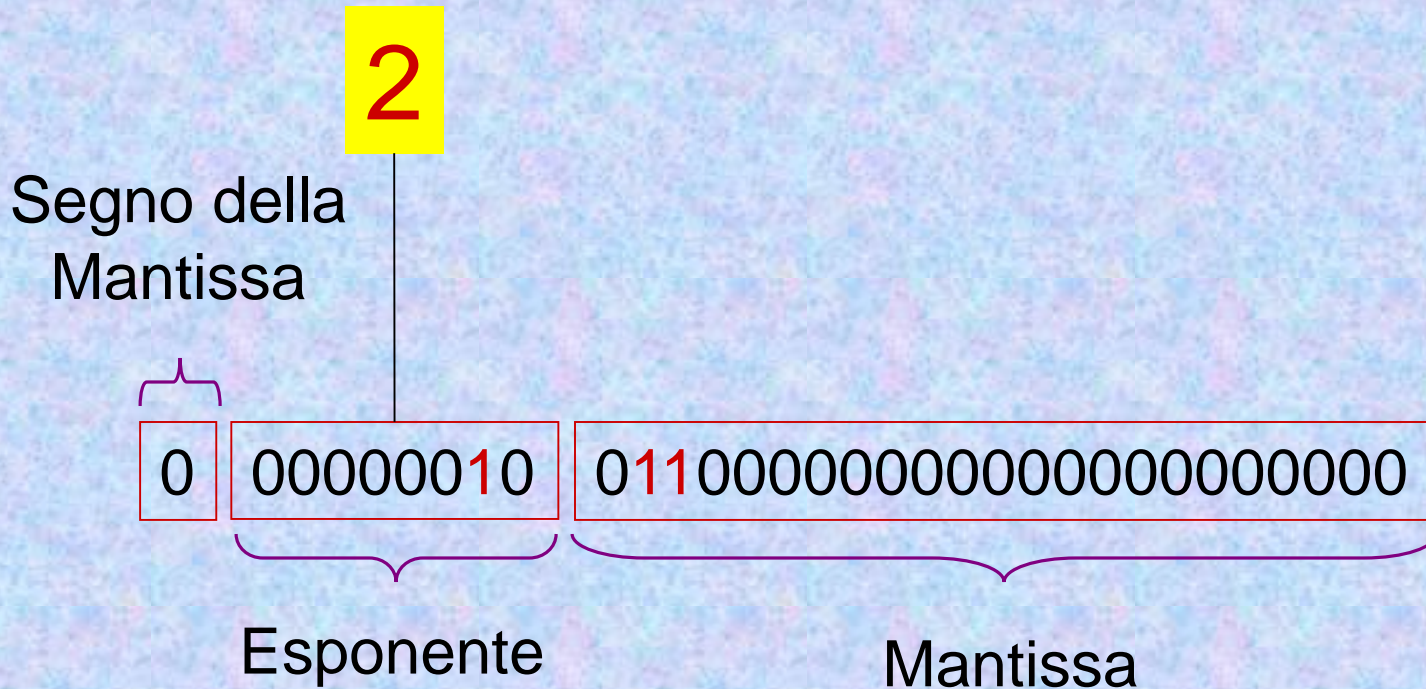
- I numeri si devono esprimere utilizzando il maggior numero di cifre significative → **virgola mobile**
- I numeri si rappresentano in notazione esponenziale con mantissa ed esponente
- Si assegnano pochi bit all'esponente e il resto (m) alla mantissa
- La mantissa è compresa tra 0 e $1-2^{-m}$

Rappresentazione in virgola mobile

Segno della
Mantissa

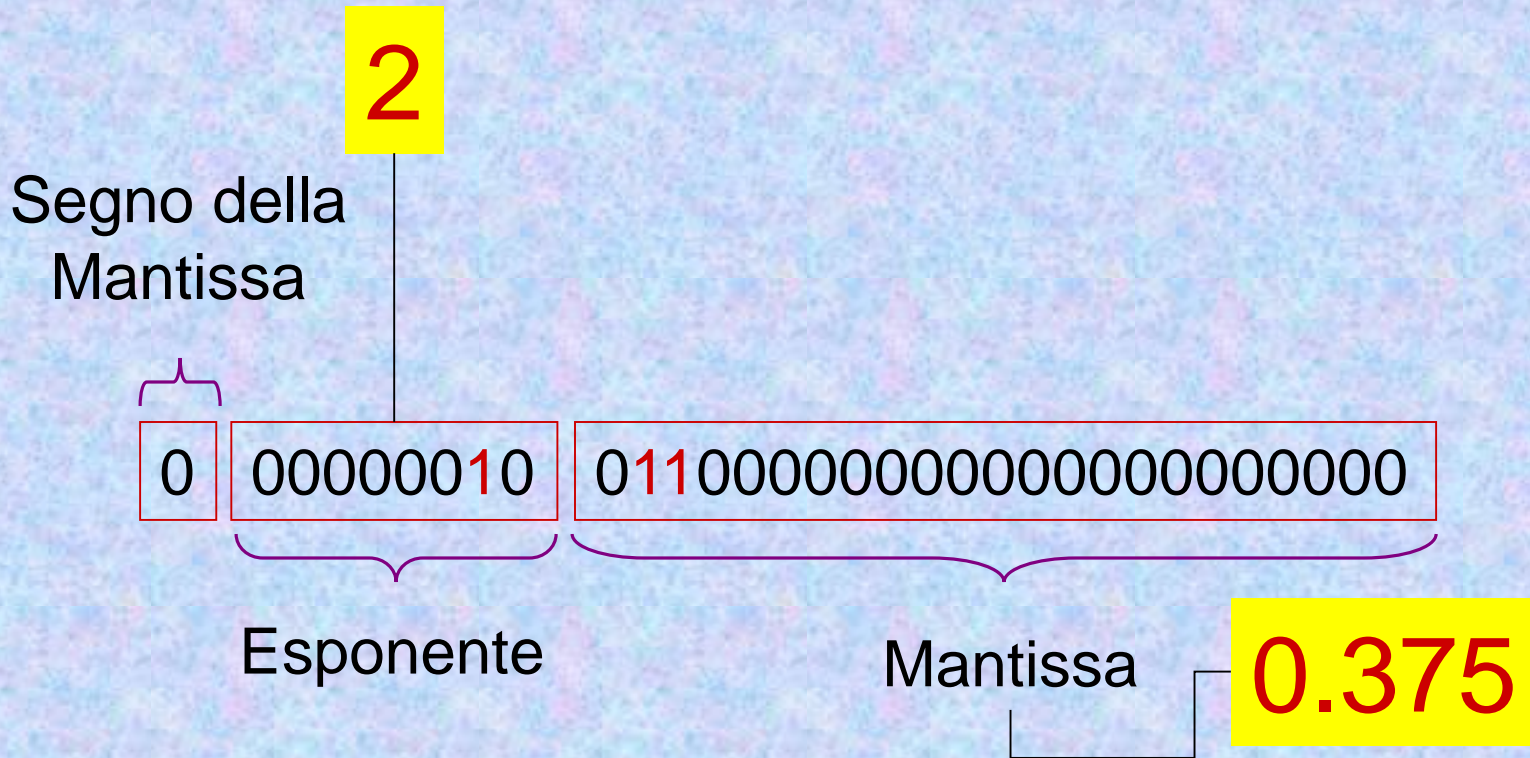


virgola mobile: un esempio



$$1 * 2^{-2} + 1 * 2^{-3} = 0.25 + 0.125 = 0.375$$

virgola mobile: un esempio



$$0.375 * 2^2 = 1.5$$

Operazioni Logiche

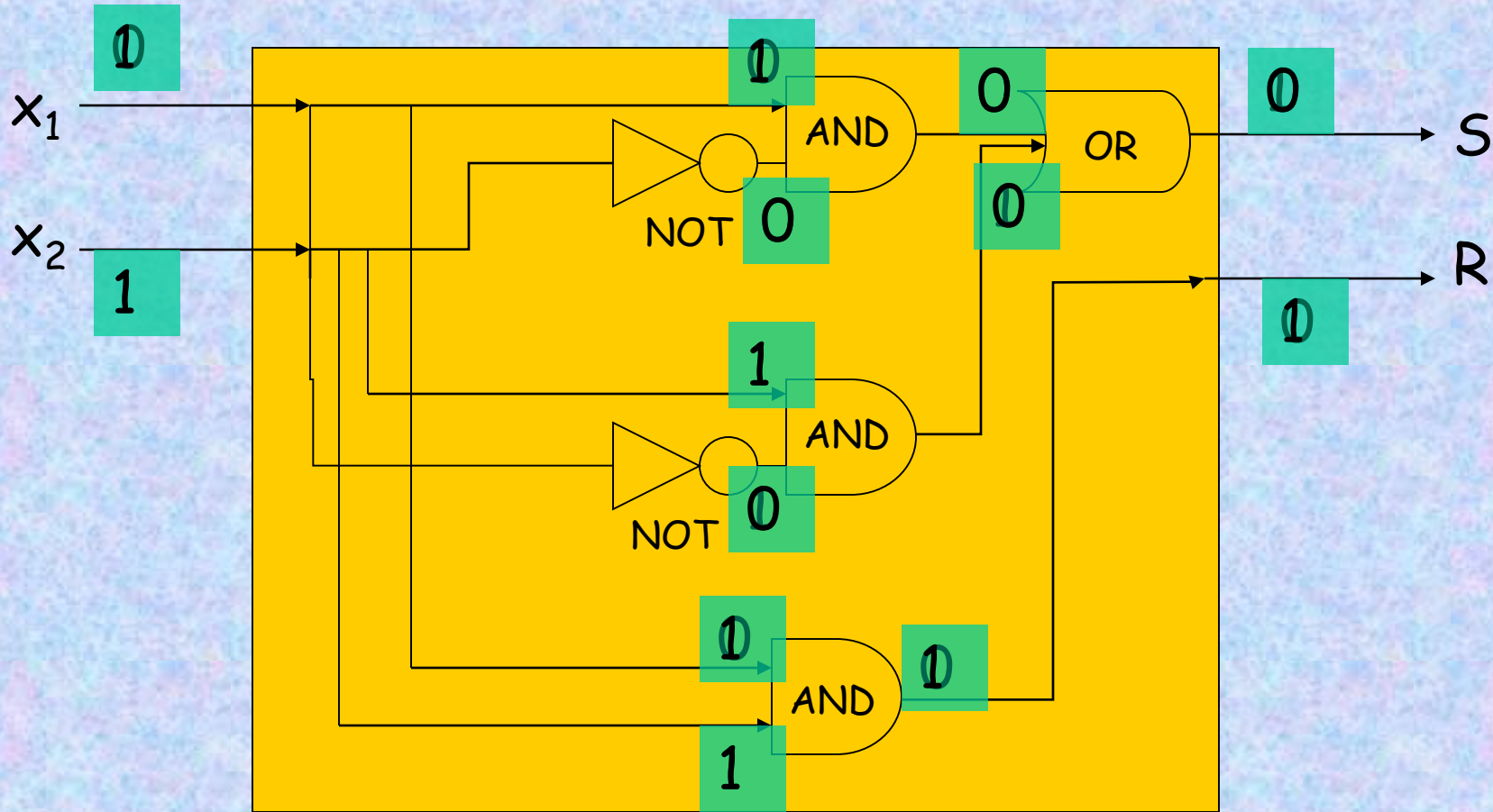
OR		0	1
	0	0	1
	1	1	1

AND		0	1
	0	0	0
	1	0	1

NOT		
	0	1
	1	0

Circuiti Logici

(Semiaddizionatore)



$$S = (x_1 \text{ AND } \text{NOT}(x_2)) \text{ OR } (x_2 \text{ AND } \text{NOT}(x_1))$$

$$R = x_1 \text{ AND } x_2$$

Codifica dei Caratteri

I caratteri di un testo sono codificati come sequenze di bit

I codici storici sono

ASCII 7 bit

(American Standard Code for Inform. Interchange)

EBCDIC 8 bit

ISO (ISO-Latin 1)

Oggi: UNICODE

BCD 4 bit

Caratteri

- Un carattere è un simbolo utilizzato per rappresentare un fonema o un numero
 - N.B. : il carattere 8 è concettualmente diverso dal valore 8 (che si può rappresentare, ad esempio, in numeri romani come VIII)
- Nei computer alcuni elementi pseudo-grafici sono rappresentati da caratteri
 - CR: Carriage Return (torna all'inizio della riga)
 - LF: Line Feed (avanza di una riga)
 - BEL : Bell (campanello)

Caratteri

- I caratteri alfabetici e quelli speciali (CR, LF, BEL, etc.) si rappresentano associando ad ognuno di essi un numero binario di 8 bit (codice ASCII) o 32 bit (Unicode)

- Alcuni esempi:

A ↔ 65

C ↔ 67

Z ↔ 90

a ↔ 97

c ↔ 99

z ↔ 122

Tipi di dati

- La stessa stringa di bit può rappresentare
 - Numeri interi positivi
 - Numeri interi con segno
 - Numeri razionali (reali)
 - Valori logici
 - Caratteri
- Per poterla interpretare è necessario conoscerne il tipo